Uitwerkingen Proefexamen wiskunde

Opgave 1 **Werk de haakjes weg:**
(12 punten)

(4) $(-3a+1)(a+3)(-a+1)$

$$\begin{array}{r} -3a+1 \\ a+3 \quad \times \\ \hline -3a^2+a \\ -9a+3 \quad + \\ \hline -3a^2-8a+3 \\ -a+1 \quad \times \\ \hline 3a^3+8a^2-3a \\ -3a^2-8a+3 \\ \hline 3a^3+5a^2-11a+3 \end{array}$$

Ontbind zover mogelijk in factoren:

(4) $4a^8+16a^4+16 \longrightarrow 4(a^8+4a^4+4)$

$4(a^4+2)^2$ (of nog verder)

$(2a^4+4)^2$

(4) x^3-2x^2-4x+8

$x^2(x-2)-4(x-2)=$

$(x^2-4)(x-2)$

Opgave 2 **Schrijf zonder oneigenlijke machten:**
(4 punten)

$\sqrt{ab^5c}.\sqrt{a^2b^{1,5}c^{2,5}}$

$\sqrt{a^3b^{6,5}c^{3,5}} =$

$\sqrt{a^2.a.b^6.b^{0,5}.c^2.c^{1,5}}$

$a.b^3c\sqrt{a.b^{0,5}.c^{1,5}}$

$a.b^3.c\sqrt{a.\sqrt{b}.c\sqrt{c}}$

$a.b^3.c\sqrt{a.c.\sqrt{b.c}}$ of.

$(a.b^3c\sqrt{a.c}.\sqrt[4]{b.c})$

Opgave 3 Los op (binnen de verzameling van de reële getallen):
(16 punten)

(8) $^{5}\log 4 = {}^{25}\log a$

$^{5}\log 4 = y \Rightarrow 5^{y} = 4.$

$^{25}\log a = y \Rightarrow 25^{y} = a. \Rightarrow$

$5^{2y} = a \Rightarrow$

$(5^{y})^{2} = a. \Rightarrow (5^{y})^{2} = 4^{2}$

$a = 16$

(8) $\dfrac{^{3}\log 9x}{^{3}\log x} = {}^{5}\log 25$

$^{5}\log 25 = 2$ want $5^{2} = 25.$

$\dfrac{^{3}\log 9x}{^{3}\log x} = {}^{x}\log 9x.$ Dan. $^{x}\log 9x = 2$

$x^{2} = 9x$

$x = 9.$

Veranderd **Opgave 4** Los de vergelijking in x op (binnen de verzameling van de reële getallen):
(8 punten)

$(x = a).$

$$\frac{-4a^{3} + 18a^{2} + 64a + \cancel{4}\,42}{-2a+14} = 0$$

$-2a+14 \,/\, -4a^{3} + 18a^{2} + 64a + 42 \,|\, 2a^{2} + 5a + 3$

$-4a^{3} + 28a^{2}$

$-10a^{2} + 64a$

$-10a^{2} + 70a$

$-6a + 42$

$-6a + 42$

0

$2a^{2} + 5a + 3$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^{2} - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{4}$$

$x_{1} = -1$

$x_{2} = -1{,}5$

Opgave 5
(10 punten)

Bereken algebraïsch de snijpunten van:

$f(x) = 2x^2 + x - 3$ en $g(x) = -x - 3$
(alleen het antwoord levert slechts 2 punten op)

$2x^2 + x - 3 = -x - 3$
$2x^2 + x + x - 3 + 3 = 0.$
$2x^2 + 2x = 0$.
$2x(x+1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$
$x_2 = -1.$

Voor $x_1 = 0$

$y_1 = 2x^2 + x - 3$
$= 0 + 0 - 3$
$= -3$

Controle $g_x = -x - 3$
$y_1 = 0 - 3.$
$y_1 = -3$.

Voor $x_2 = -1$

$y_2 = 2x^2 + x - 3$
$y_2 = 2 - 1 - 3$
$y_2 = -2$

Controle $g_x = -x - 3$
$y_2 = +1 - 3$
$y_2 = -2.$

Snypunten: $(0, -3)$ en $(-1, -2)$

Opgave 6

$$\frac{3-2x}{4x-2} = \frac{-2x+3}{4x-2}$$

$a=-2$
$b=3$
$c=4$
$d=-2$

Asymptoten
Horizontaal $\frac{a}{c} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

Verticaal $-\frac{d}{c} = -\frac{-2}{4} = \frac{1}{2}$

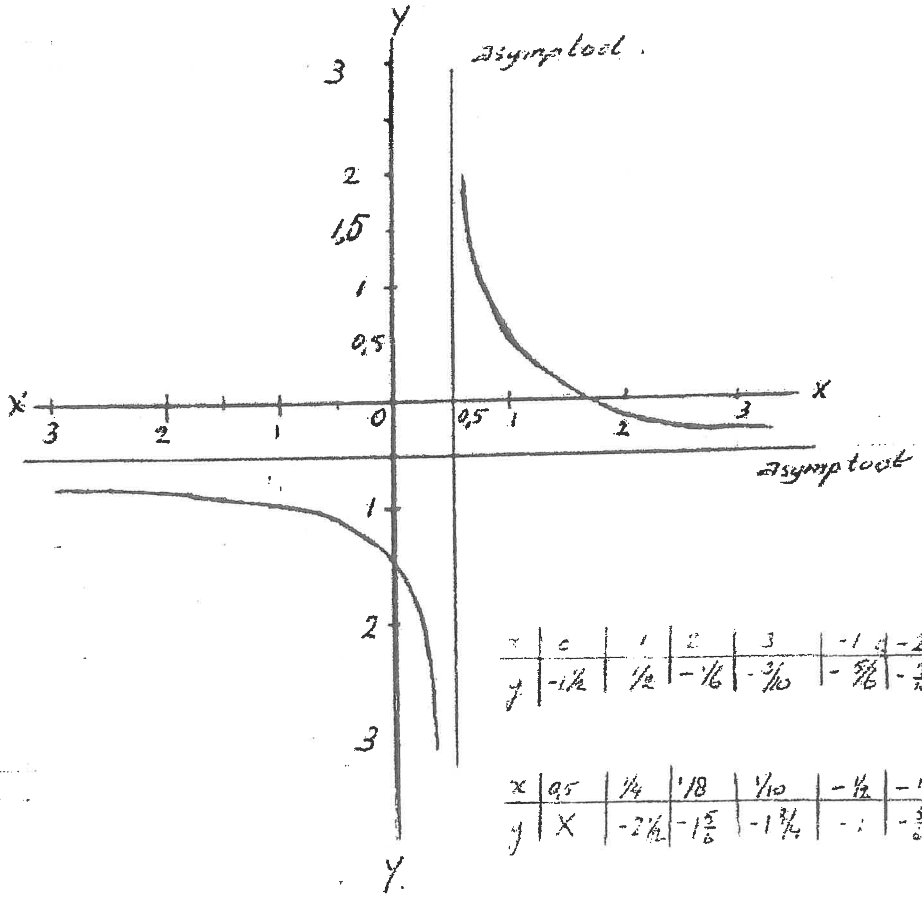
Omwerken kan ook geeft

$$\frac{-2x+3}{4x-2} = \frac{-\frac{1}{2}(4x-2)-1+3}{4x-2} = \frac{-\frac{1}{2}(4x-2)+2}{4x-2} =$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{2}{4x-2} \Rightarrow -\frac{1}{2} + \frac{2}{4(x-\frac{1}{2})}$$

→ Verticale asymptoot $= \frac{1}{2}$

→ Horizontale asymptoot $= -\frac{1}{2}$



x	0	1	2	3	-1	-2	-3
y	$-1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{3}{10}$	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{7}{10}$	$-\frac{9}{14}$

x	0,5	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2
y	X	$-2\frac{1}{2}$	$-1\frac{5}{6}$	$-1\frac{3}{4}$	-1	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{7}{10}$

Opgave 7 Los algebraïsch op binnen de verzameling van de reële getallen:
(8 punten)

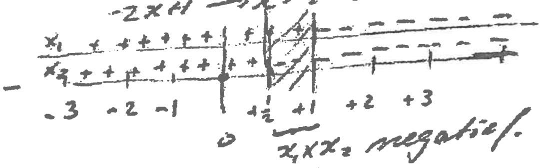
$$\frac{-3-6x}{3-3x} < \frac{-9x-9}{-6x+3} \qquad \frac{-1-2x}{1-x} < \frac{-3x-3}{-2x+1} \geq 0$$

$$\frac{-1-2x}{1-x} - \frac{-3x-3}{-2x+1} < 0 \qquad \frac{(-1-2x)(-2x+1)}{(1-x)(-2x+1)} - \frac{(-3x-3).(1-x)}{(1-x)(-2x+1)}$$

$$\frac{4x^2-1}{(1-x)(-2x+1)} - \frac{3x^2-3}{(-2x+1)(1-x)} \leq 0 \qquad \frac{4x^2-3x^2-1+3}{(1-x)(-2x+1)} < 0$$

$$\frac{x^2+2}{(1-x)(-2x+1)} < 0$$

x^2+2 altijd positief
dan $(1-x)\cdot(-2x+1)$ NEGATIEF
$1-x \rightarrow x > 1$ dan neg. (x_1)
$-2x+1 \rightarrow x > \frac{1}{2}$ dan neg (x_2)



$x_1 x x_2$ negatief.

Conclusie
$\langle \frac{1}{2}, 1 \rangle$

Opgave 8
(8 punten)

Bij deze opgave wordt getoetst of je met behulp van de formules die je ter beschikking hebt, vanuit de gegeven term de gevraagde termen kunt afleiden. Ook al moet je gevraagde termen wel helemaal uitrekenen, de punten worden gegeven voor de afleiding, niet voor het goede antwoord (getal). **Vermeldt de afleiding dus duidelijk.**

Gegeven: $\sin t = \frac{12}{13}$ met t in $\left[0, \frac{1}{2}\pi\right]$

Bereken, **zonder t te berekenen, dus met behulp van formules**, de waarden voor:
$\cos t$, $\sin 2t$ en $\tan 2t$.

Bereken $\cos t \longrightarrow \sin^2 t + \cos^2 t = 1$

$$\left(\frac{12}{13}\right)^2 + \cos^2 t = 1$$
$$\cos^2 t = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$$
$$\cos t = \frac{5}{13}$$

Bereken $\sin 2t$ ① Als u uitgaat van:

$$\sin(t+t) = \sin t . \cos t + \cos t . \sin t .$$
$$= 2 . \sin t . \cos t .$$

Dat is de formule die ook rechtstreeks bekend is dus verder gelolt dan onderstaande

$$\sin 2t = 2 \sin t . \cos t .$$
$$2 . \frac{12}{13} . \frac{5}{13} = \frac{120}{169}$$

dus $\sin 2t = \frac{120}{169}$.

Bereken $\tan 2t$ U kunt weer uitgaan $\tan(t+t)$

$$\tan(t+t) = \frac{\tan t + \tan t}{1 - \tan t . \tan t} = \frac{2 . \tan t}{1 - \tan^2 t} .$$

Dit is weer de bekende formule.

$$\tan t = \frac{\sin t}{\cos t} = \frac{12}{13} \Big/ \frac{5}{13} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{2 \tan t}{1 - \tan^2 t} = \frac{2 . \frac{12}{5}}{1 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{\frac{24}{5}}{1 - \frac{144}{25}} = \frac{24}{5} \times -\frac{25}{119} .$$

$$\tan 2t = -\frac{120}{119} = -1 \frac{1}{119}$$

Opgave 10 **Bepaal de afgeleide van:**
(12 punten)

(4) $f(x) = -3x^2 \cos x + 5x^5$

Product regel + som regel.

$f'(x) = -2 \times 3x \times \cos x + -3x^2 \times -\sin x + 25x^4 =$
$-6x \cos x + 3x^2 \sin x + 25x^4$

(4) $f(x) = (5x^{10} - 2x^5 + 5)^5$

ketting regel.

$f'(x) = 5(x^{10} - 2x^5 + 5)^4 \times (50x^9 - 10x^4)$

(4) $f(x) = \sin(x^2 - 1)$

Ketting regel.

$f'(x) = \cos(x^2-1)\, 2x = 2x \cos(x^2-1)$